

84 年社會組

第 1~4 題為單一選擇題，第 5~12 題為填充題，第 13~14 題為計算題

1. 若實數 x 滿足不等式 $\log_3(3^x + 8) < \frac{x}{2} + 1 + \log_3 2$ 則 x 的範圍為_____

- (A) $\log_3 2 < x < \log_3 8$ (B) $1 < x < \log_3 12$ (C) $\log_3 4 < x < \log_3 8$ (D) $\log_3 4 < x < \log_3 16$
 (E) $\log_3 8 < x < \log_3 16$

2. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\overline{BC} = 1$, $\sin A < \sin B$, 且 $\sin A$ 與 $\sin B$ 為 $8x^2 - 4\sqrt{3}x + 1 = 0$ 的兩根, 則 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑等於_____.

- (A) $\sqrt{3} - 1$ (B) $2\sqrt{3} - 1$ (C) $\sqrt{3} + 1$ (D) $\sqrt{3} + 2$ (E) $2\sqrt{3} + 1$

3. 方程式 $x + y + z + u \leq 9$ 之正整數解之個數為_____

- (A) $\sum_{k=1}^9 H_k^4$ (B) $1 + \sum_{k=1}^9 H_k^4$ (C) $\frac{9!}{5!}$ (D) 56 (E) 126

4. 十位考生之國文與數學成績列表如下：

考生編號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
國文	89	65	76	69	82	57	66	72	78	66
數學	75	57	65	65	83	63	58	62	63	69

今已算出國文成績之標準差為 8.9 (取至小數點第一位), 數學成績之標準差為 7.5 (取至小數點第一位), 則此十位考生兩科成績之相關係數最接近_____

- (A) -0.85 (B) 0.25 (C) 0.66 (D) 0.78 (E) 0.85

5. 已知 n 及 k 為正整數, 且 $n > k$, 若 $C_{k-1}^n : C_k^n : C_{k+1}^n = 1 : 2 : 3$, 則 $n =$ _____

6. 設有一複數等比數列, 首項為 $1+2i$, 第二項為 $3+i$, 則此數列前五項之和為_____

7. 若多項式 $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 2x + (2c+4)$ 與多項式 $g(x) = 3x^3 - 6x^2 + 2x + (3c+5)$ 的最高公因式為一次式, 則 c 之值為_____

8. 若圓 C 通過點 $(4, 2)$ 及點 $(1, -5)$, 且其圓心在直線 $x - 3y - 7 = 0$ 上, 則 C 之圓心是_____ 半徑是_____

9. 若 α 及 β 為兩實數, 且聯立方程組
$$\begin{cases} (1-\alpha)x + 7y = 1 \\ x + y + \alpha z = \beta \\ 2\alpha y + z = 0 \end{cases}$$
 有兩組以上的解, 則 $\alpha =$ _____, $\beta =$ _____

10. 空間上一平面 E 與正 x 軸、正 y 軸及正 z 軸分別交於 A, B, C 三點, 已知 C 點之坐標為 $(0, 0, 1)$, $\overline{CA} = \overline{CB}$

且 $\triangle ABC$ 之面積為 $\frac{3\sqrt{7}}{2}$, 則 A 點之坐標為_____ 平面 E 之一個單位法向量為_____

11. 一盒中有 10 個球, 球上分別印有號碼 1 到 10, 今由盒中取 4 球, 則 4 球之號碼中第二大數目是 7 的機率為_____

12. 設有一橢圓形運動場地, 令長軸兩頂點為 A 及 B , 短軸兩頂點為 C 及 D , 在 D 點豎有一垂直於地面的旗竿, 高 10 公尺, 若從 C 點地面到旗竿頂的仰角為 22.5° , 而 $\angle ACD = 60^\circ$, 則短軸 \overline{CD} 之長度為_____ 長軸 \overline{AB} 之長度為_____

13. 若 $\triangle ABC$ 的三頂點坐標為 $A(2, 5)$, $B(5, 1)$ 及 $C(3, 7)$, P 為線段 \overline{BC} 上的一點, 且向量 \overline{AP} 在向量 \overline{AB} 上的正射影向量為 $(\frac{6}{25}, \frac{-8}{25})$, 試求 P 點的坐標_____.

14. 已知拋物線之頂點為 $(2, 2)$, 準線為 $x = 1$, L 為通過點 $(0, 3)$ 之直線, 其斜率大於 0, 且 L 與 有唯一之交點 Q , 試求 L 之斜率_____, 及 Q 點的坐標_____.

參考答案：

1. D 2. C 3. E 4. C 5. 14 6. $6-13i$ 7. 2 8. $(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}), \frac{\sqrt{58}}{2}$ 9. 2, -1
10. $(\sqrt{7}, 0, 0), (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{\sqrt{7}}{3})$ 11. $\frac{3}{14}$ 12. $10(\sqrt{2}+1), 10(\sqrt{6}+\sqrt{3})$ 13. $(\frac{52}{15}, \frac{28}{5})$
14. $\frac{1}{2}, (6, 6)$