

八十五學年度大學暨獨立學院入學考試數學(社會組)試題

第一部分：選擇題(四題，共 22 分)

以下第 1~2 題為單一選擇題，第 3~4 題為多重選擇題。

每題各有 5 個備選答案，請將正確答案，劃記在「答案卡」上。

單一選擇題每題 5 分，答錯倒扣 1.25 分；不作答者，得零分。

多重選擇題每題 6 分，5 個備選答案，各自獨立，唯至少有一個是對的；每個備選答案，若選擇正確，則得 1.2 分，否則倒扣 1.2 分；不作答者，得零分。

1. 研究十位學生某次段考甲、乙兩學科測驗成績的相關性，設其相關係數為 r ，

若 $r=1$ 表完全正相關， $r=-1$ 表完全負相關，
 $0.7 \leq |r| \leq 1$ 表高度相關， $0.3 \leq |r| < 0.7$ 表中度相關，
 $0 < |r| < 0.3$ 表低度相關， $r=0$ 表零相關。

已知此十位學生的成績如下：

學生代號	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	總計
甲科測驗	3	4	8	9	5	6	7	7	6	5	60
乙科測驗	9	8	5	6	7	6	5	7	8	9	70

則此次甲、乙兩學科測驗成績之相關程度為

(A) 高度相關 (B) 中度相關 (C) 低度相關 (D) 完全正相關 (E) 完全負相關

2. 由 1, 2, 3, 4, 5, 6, 六個數字所組成(數字可以重複)的四位數中含有奇數個 1 的共有

(A) 260 個 (B) 368 個 (C) 486 個 (D) 520 個 (E) 648 個

3. 設 a 為不等於零的實數。關於方程式組
$$\begin{cases} ax + y + \frac{z}{a} = 1 \\ x + ay + z = -1 \\ \frac{x}{a} + y + az = 1 \end{cases}$$
 的解，下列選項那些是正確的？

- (A) 當 $a=3$ 時，無解；
- (B) 當 $a=1$ 時，恰有一組解；
- (C) 當 $a=\frac{1}{2}$ 時，恰有一組解；
- (D) 當 $a=-1$ 時，有無限多組解；
- (E) 當 $a=-4$ 時，有無限多組解。

4. 設 $A(-1,2)$ 與 $B(2,3)$ 為坐標平面上兩定點，試問下列敘述那些是正確的？

- (A) 線段 \overline{AB} 之中垂線的方程式為 $3x+y=4$ ；
- (B) 直線 $3x+y=0$ 上，恰有一點 P ，使得 $\overline{PA} = \overline{PB}$ ；
- (C) 拋物線 $x=y^2$ 的圖形上，恰有一點 P ，使得 $\overline{PA} = \overline{PB}$ ；
- (D) 函數 $y=x^3$ 的圖形上，恰有一點 P ，使得 $\overline{PA} = \overline{PB}$ ；
- (E) 函數 $y=\log_2 x$ 的圖形上，恰有一點 P ，使得 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 。

第二部分: 非選擇題(三大題, 共 78 分)

說明:

第一大題為填充題, 必須在「非選擇題試卷」上第一欄開始作答; 為節省空間, 請不要寫出演算過程, 但務必寫上格號(A,B,...,J)後, 再寫答案。

第二及第三大題為計算證明題, 每題 12 分, 作答在「非選擇題試卷」上; 必須寫明題號(二或三), 並寫出演算過程! 請勿將無理數或無限小數寫成有限小數, 否則不予計分。例如, 不要把 $\sqrt{2}$ 寫成 1.414, 也不要將 $\frac{1}{3}$ 寫成 0.333。

一、填充題(共有 9 個空格, 每個空格 6 分)

• 已知編號為 1, 2, 3, …, 10 的十盞路燈中, 有三盞是故障的, 則編號 4 與編號 5 都是故障的機率為_____。

• 拋物線 $y^2 = 16x$ 上與直線 $4x - 3y + 24 = 0$ 距離最短之點的坐標為_____。

• 設平面 $x + y + z = 1$ 與球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 相交部分為圓 S
已知平面 $2x + 2y + z = 1$ 與圓 S 交於 P, Q 兩點, 則 \overline{PQ} 之長為_____。

• 設 $p = (a^2 - 22a + 121)(a^2 - 2a + 137)$, 其中 a 為正整數。

若 p 是質數, 則 $p =$ _____。

• 右圖所示為一含有斜線的棋盤形街道圖。

今某人欲從 A 取捷徑走到 B , 共有_____種走法。

• 在坐標平面上, 到直線 $x = -1$ 之距離是到點 $F(1,0)$ 之距離的兩倍的所有點所形成的圖形是一個橢圓, 其中 $F(1,0)$ 為此一橢圓之一焦點, 則另一個焦點 F' 的坐標為_____。

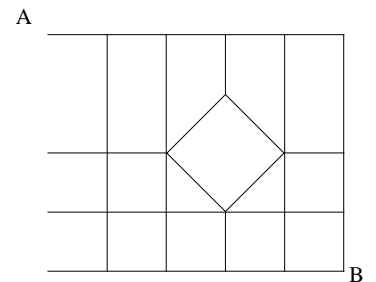
• $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle ABC$ 的角平分線交 \overline{AC} 於 D 。

已知 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BD} = 2\sqrt{3}$, 則

$\triangle ABD$ 的面積為_____。

線段 \overline{AC} 的長度為_____。

$\triangle ABC$ 的面積為_____。



二、設 $f(x)$ 與 $g(x)$ 為實係數多項式, 以 $x^2 - 3x + 2$ 除 $f(x)$ 得餘式 $3x - 4$, 以 $x - 1$ 除 $g(x)$ 得餘式 5 , 且 $g(2) = -3$ 。

1. 試求以 $x - 1$ 除 $f(x) + g(x)$ 的餘式。

2. 試證 $f(x)g(x) = 0$ 在 1 與 2 之間有實根。

三、考慮空間中兩歪斜直線 $L_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ 與 $L_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-1}$ 及一點 $A(a, a, a)$ 。

令 E_1 為過點 A 且包含直線 L_1 的平面, E_2 為過點 A 且包含直線 L_2 的平面。

1. 設 $a = 1$, 則 E_1 的方程式為何?

2. 試問 a 為何值時, 平面 E_1 與 E_2 互相垂直。

參考答案：

第一部分：1. A 2. D 3. CD 4. ADE

第二部分：1. $\frac{1}{15}$ 2. $(\frac{9}{4}, 6)$ 3. $2\sqrt{3}$ 4. 257 5. 30 6. $(\frac{7}{3}, 0)$ 7. $3\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, \frac{9\sqrt{3}}{2}$

二.(1) 4 (2) 略 三. (1) $y - 2z + 1 = 0$ (2) $\frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$