

# 八十六學年度大學聯考自然組試題

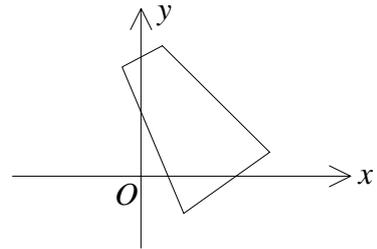
第一部份，選擇題(共佔 27 分，請將答案畫記在「答案卡」上。)

單一選擇題：共有 3 題，每題的 5 個備選答案中，只有一個是對的。每題 5 分；  
答錯了，倒扣 1.25 分；若不答，則得零分。

1. 設  $A$ 、 $B$ 、 $C$  為空間中相異的三點，且不在同一直線上。在空間中另取一點  $D$ ，使得  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  成為一平行四邊形的四個頂點，則這樣的  $D$  點一共有多少個？

- (A) 1    (B) 2    (C) 3    (D) 4    (E) 無窮

2. 如右圖所示之四邊形，其四邊之直線方程式各為  $x + y = 6$ ， $x - y = 3$ ， $3x + y = 3$ ， $x - 2y = -8$  則四邊形區域(含邊界)可用下列哪一組不等式表示？



- (A)  $x + y \geq 6, x - y \leq 3, 3x + y \geq 3, x - 2y \geq -8$   
 (B)  $x + y \leq 6, x - y \geq 3, 3x + y \geq 3, x - 2y \geq -8$   
 (C)  $x + y \leq 6, x - y \leq 3, 3x + y \leq 3, x - 2y \geq -8$   
 (D)  $x + y \leq 6, x - y \leq 3, 3x + y \geq 3, x - 2y \leq -8$   
 (E)  $x + y \leq 6, x - y \leq 3, 3x + y \geq 3, x - 2y \geq -8$

3. 有學生十人(甲、乙、……、癸)其期考數學成績與該學期數學課缺課數，如下表所示。

學生	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛	壬	癸
缺課數	1	2	3	3	4	3	5	6	3	0
成績	100	90	90	80	70	70	60	60	80	100

設兩者的相關係數為  $r$  則

- (A)  $-1 \leq r \leq -0.6$                       (B)  $-0.6 < r < -0.2$                       (C)  $-0.2 \leq r \leq 0.2$   
 (D)  $0.2 < r < 0.6$                       (E)  $0.6 \leq r \leq 1$

多重選擇題：共有 2 題，每題的 5 個備選答案中，至少有一個是對的。每題 6 分；每答對一個選項，可得 1.2 分；每答錯一個選項，倒扣 1.2 分；若完全不答，則得零分。

4. 設  $A$ 、 $B$ 、 $C$  皆為  $3 \times 3$  矩陣，則下列敘述哪些是正確的？

- (A)  $AB=BA$  恆成立                      (B)  $(AB)C=A(BC)$  恆成立  
 (C) 若  $AB=0$  則  $A=0$  或  $B=0$                       (D) 若  $\det(A) = 0$  且  $AB=AC$ ，則  $B=C$   
 (E)  $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$  恆成立

5. 已知平面上一橢圓的兩焦點為  $(6,0)$  及  $(0,8)$ ，長軸長為 20，則下列敘述哪些是正確的？

- (A)  $(3,4)$  為橢圓的中心                      (B) 短軸的斜率為  $\frac{3}{4}$                       (C)  $(9,-4)$  為長軸上的一個頂點  
 (D) 橢圓與正  $x$  軸只有一個交點                      (E) 短軸之長為  $10\sqrt{3}$

第二部分：非選擇題(共三大題，第一題 48 分，第二題 10 分，第三題 15 分，共佔 73 分，請都答在「非選擇題試卷」上)。

一、填充題：本題共有六個空格，每個空格 8 分，請答在「非選擇題試卷」上的第一欄，務必寫上格號(1、2、...、6)後，再寫答案。(為節省空間，本題作答請不要寫出演算過程)

- 1.若複數  $z$  與  $\sqrt{3} + i$  之積為  $-2\sqrt{3} + 2i$ ，則  $z$  的主幅角為 (1)。
- 2.設年利率為 12.5%，若依複利計算，則至少要 (2) 年(取整數年數)，本利和才會超過本金的 2 倍。(log2 = 0.301, log3 = 0.477)
- 3.已知下列聯立方程式無解，則  $k =$  (3)

$$\begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = k \\ x + y + kz = k^2 \end{cases}$$

- 4.空間中有  $A、B、C、D$  四點。已知  $\overline{AB} = 1, \overline{BC} = 2, \overline{CD} = 3, \angle ABC = \angle BCD = 120^\circ$ ，而  $\overrightarrow{AB}$  與  $\overrightarrow{CD}$  之夾角為  $60^\circ$ ，則  $\overline{AD}$  之長=(4)

- 5.設  $b > 0$ 。某生以牛頓法求  $x^3 - b = 0$  之實根的近似值，而取  $a_1 = 2$ ，結果得  $a_2 = \frac{9}{5}$ 。假設某生之計算完全正確，則  $b =$  (5)

- 6.擲三粒均勻骰子一次，則在至少出現一粒 4 點的條件下，其點數和為偶數的機率為 (6)。

二、設  $P$  為拋物線  $y = x^2$  上之一點，其橫坐標為  $a$ ，且  $a > 0$ 。又設  $L$  為過  $P$  點之切線，求由  $L$  及  $x$  軸所圍成區域之面積。

三、已知四邊形  $ABCD$  中， $\overline{AB} = 16, \overline{BC} = 25, \overline{CD} = 15, \angle ABC$  及  $\angle BCD$  皆為銳角，

$$\text{而 } \sin \angle ABC = \frac{24}{25}, \sin \angle BCD = \frac{4}{5}。$$

- (1)求  $\overline{BD}$  之長。(6 分)
- (2)求  $\overline{AD}$  之長。(9 分)

參考答案：

選擇題：1. C    2. E    3. A    4. BD    5. ABCDE

填充題：1.  $\frac{2}{3}\pi$     2. 6    3. -2    4. 5    5.  $\frac{28}{5}$     6.  $\frac{46}{91}$

計算證明題：二.  $\frac{1}{12}a^3$     三.(1) 20    (2) 12