

八十七學年度大學聯考自然組試題

第一部份，選擇題(共佔 40 分，請將答案畫記在「答案卡」上。)

單一選擇題：共有 4 題，每題的 5 個備選答案中，只有一個是對的。每題 6 分；
答錯了，倒扣 1.5 分；若不答，則得零分。

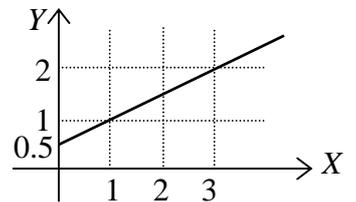
1. 假設平均每人每日產生的垃圾量，相當於長、寬、高各為 20 公分的正立方體。假設我們的人口以二千一百萬計，而暫時把一日的總垃圾全堆積在一操場上，成為長 100 公尺寬 20 公尺的長方體垃圾山。若一層樓之高以 3 公尺計，則此垃圾山約有多少層樓高？
(A)不到 8 層樓高 (B)8 層樓至 16 層樓之間 (C)16 層樓至 24 層樓之間
(D)24 層樓至 32 層樓之間 (E)超過 32 層樓高

2. 曲線 $y = \sin x$ 在 $0 < x < 2\pi$ 的範圍內(注意 $x = 0$ 之處已除外)，有幾條切線會通過原點？

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

3. 有兩變數 x, y ，各取對數，得到兩個新的變數 $X = \log_{10} x, Y = \log_{10} y$ 。

如果 X, Y 的關係如圖之斜線所示，則 x, y 的關係若以圖表示，應為下列那一種圖形的一部分？



(A)直線 (B)拋物線 (C)雙曲線 (D)對數函數之圖形 (E)指數函數之圖形

4. 設 $\triangle ABC$ ， $A=60^\circ, \overline{AC} = b, \overline{AB} = c$ ，今在 \overline{BC} 上取一點 D ，使得 $\overline{BD} = \frac{1}{3}\overline{BC}$ 。令 $s = \overline{AD}$ ，則 s^2 等於

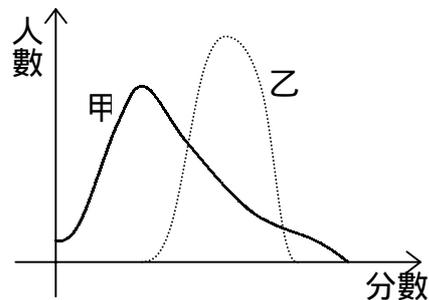
(A) $\frac{1}{9}(b^2 + 4c^2 + 4bc)$ (B) $\frac{1}{9}(b^2 + 4c^2 + 2bc)$ (C) $\frac{1}{9}(b^2 + 4c^2 - 2bc)$ (D) $\frac{1}{9}(4b^2 + c^2 + 2bc)$

(E) $\frac{1}{9}(4b^2 + c^2 - 2bc)$

多重選擇題：共有 2 題，每題的 5 個備選答案中，至少有一個是對的。每題 8 分；每答對一個選項，可得 1.6 分；每答錯一個選項，倒扣 1.6 分；若完全不答，則得零分。

5. 某年聯考甲、乙兩科成績的直方圖如圖所示(由於考生人數眾多，成績分布的直方圖可視為平滑的曲線)，則下列那些敘述是正確的？

- (A)甲的算術平均數比乙的算術平均數大
(B)甲的中位數比乙的中位數大
(C)甲的全距比乙的全距大
(D)甲的標準差比乙的標準差大
(E)甲的變異係數比乙的變異係數大



6. 設 $(\sqrt{2}, 2, 0), (-\sqrt{2}, 2, 0), (-\sqrt{2}, -2, 0), (\sqrt{2}, -2, 0)$ 為一正立方體的四個頂點，

則下列的那些點也為此正立方體的頂點？

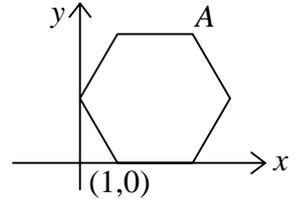
(A) $(\sqrt{2}, 0, 2)$ (B) $(0, 2, \sqrt{2})$ (C) $(\sqrt{2}, 2, 4)$ (D) $(\sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2})$ (E) $(-\sqrt{2}, 0, -2)$

第二部分：非選擇題(共三大題，第一題 40 分，第二題 10 分，第三題 10 分，共

佔 60 分，請都答在「非選擇題試卷」上)。

一、填充題：本題共有 5 個空格，每個空格 8 分，請答在「非選擇題試卷」上的第一欄，務必寫上格號(1、2、...、5)後，再寫答案。(為節省空間，本題作答請不要寫出演算過程)

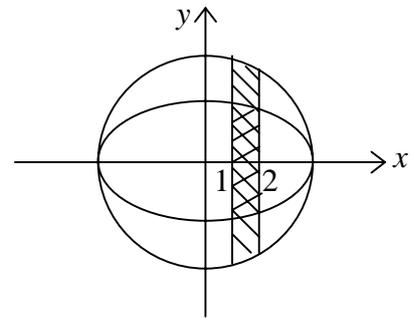
1. 設一線性規劃的可行解區域為如圖所示之正六邊形內部(含邊界)，而目標函數為 $y - ax$ 。若已知 A 點為此目標函數取得最大值之唯一的點，則 a 值的範圍要有限制。若以不等式表示，則 a 之範圍為_____ (1)。



2. 空間中四平面 $x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1$ 圍成一四面體，則此四面體之內切圓球的半徑為_____ (2)。(答案只有一個；寫出兩個的不予計分)

3. 甲、乙兩人各擲一均勻骰子，約定如下：乙得 6 點時乙就贏；兩人同點時(非 6 點)，甲贏；其餘情形，則以點數多者為贏。則甲贏的機率為_____ (3)。

4. 如圖，圓 $x^2 + y^2 = 16$ 內含一橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 。設圓內部在兩直線 $x = 1, x = 2$ 之間的面積為 C ，而橢圓內部在此兩直線之間的面積為 E ，則 $\frac{C}{E}$ 等於_____ (4)。



5. 用 $f(x) = \sqrt[3]{x}$ 在 $x = 8$ 附近的二次近似(二次泰勒多項式)來求 $\sqrt[3]{7}$ 的近似值，則此近似值以分數表示時為_____ (5)。

二、設 a, b, c 為正整數，而 b, c 的最大公因數為 2，且 $(13x + a)^2 = (12x + b)^2 + (5x + c)^2$ 對任意實數 x 恆成立。求 a, b, c 之值。

三、設 $a > 0, O(0,0)$ 為原點。在拋物線 $ay = a^2 - x^2$ 上取一點 $P(s,t), s > 0$ 。過 P 點作拋物線之切線，交 x 軸、 y 軸於 Q, R 兩點。當 P 點變動時， OQR 面積的最小值為何？

參考答案：

選擇題：1. D 2. B 3. B 4. B 5. CDE 6. AE

一、填充題：1. $-\sqrt{3} < a < 0$ 2. $\frac{3-\sqrt{3}}{6}$ 3. $\frac{5}{9}$ 4. $\frac{4}{3}$ 5. $\frac{551}{288}$

計算證明題：二、 $a = 26, b = 24, c = 10$ 三、 $\frac{4\sqrt{3}}{9}a^2$