

88 年大學聯考數學科自然組

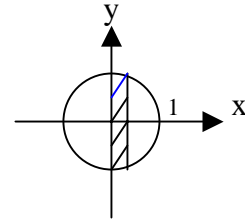
第一部分：選擇題(共佔 40 分，請將答案劃記在『答案卡』上。)

單一選擇題：共有 4 題，每題的五個備選答案中，只有一個是對的。每題 6 分，答錯了倒扣 1.5 分，若不答，則得零分。

1. 令 $f(x)$ 表右圖單位圓內斜線部分的面積，

$0 < x < 1$ ，則 $f'(x) =$

- (A) $\sqrt{1-x^2}$ (B) $-\sqrt{1-x^2}$ (C) $2\sqrt{1-x^2}$
 (D) $-2\sqrt{1-x^2}$ (E) π



2. 某甲觀測一飛行中的熱汽球，發現其方向一直在正前方，而仰角則以等速遞減。已知此汽球的高度維持不變，則汽球正以

- (A) 等速飛行 (B) 加速向某甲飛來 (C) 減速向某甲飛來
 (D) 加速離某甲飛去 (E) 減速離某甲飛去。

3. 將連接 $(1, 0, 0)$ 與 $(0, 0, 1)$ 兩點的直線，繞 z 軸旋轉而得一個圓錐面，則此直圓錐面與平面 $x = 2$ 相交而得的圖形為

- (A) 直線 (B) 圓 (C) 橢圓 (D) 拋物線 (E) 雙曲線

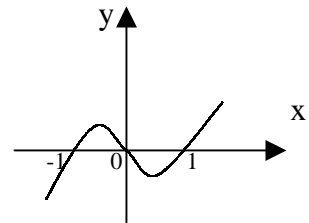
4. 下列各方陣中何者之秩為 2？

- (A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 (D) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ (E) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \\ 1 & 8 & 27 \end{pmatrix}$

多重選擇題：共有 2 題，每題的五個備選答案中，至少有一個是對的。每題 8 分，每答對一個選項，可得 1.6 分；每答錯一個選項，倒扣 1.6 分；若完全不答，則得零分。

5. 已知 $y = x(x - 1)(x + 1)$ 知圖形如右圖所示。今考慮 $f(x) = x(x - 1)(x + 1) + 0.01$ ，則方程式 $f(x) = 0$

- (A) 有三個實根。
 (B) 當 $x < -1$ 時，恰有一實根(有一實根且只有一實根)。
 (C) 當 $-1 < x < 0$ 時，恰有一實根。
 (D) 當 $0 < x < 1$ 時，恰有一實根。
 (E) 當 $1 < x$ 時，恰有一實根。



6. 某班數學老師算出學生成績後，鑒於學生平時都很用功，決定每人各加 5 分(加分後沒人超出滿分)，則加分前與加分後，學生成績統計數值絕對不會改變的有

- (A) 算術平均數 (B) 中位數 (C) 標準差 (D) 變異係數 (E) 全距

第二部分：非選擇題(三大題，共佔 60 分)

說明：

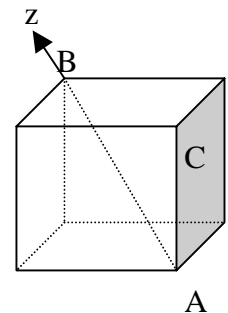
(1) 第一大題為填空題，必須在「非選擇題試卷」上第一欄開始作答；為節省空間，請不要把演算過程寫在上面，但務必寫上題號

(1, 2, 3, 4, 5 後，再寫答案。

(2) 第二大題與第三大題為計算證明題，每題 10 分，作答在「非選擇題試卷」上，必須寫明題號(二或三)，並寫出演算過程。

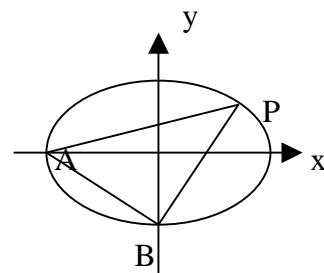
一. 填空題：(共有 5 個空格，每個空格 8 分)

1. 假設某球形的地球儀，其赤道長為 100 公分，則北緯 60° 的緯線長為_____公分。
2. 在平面 $z = 0$ 上有一圓，其圓心為 $(0, 0, 0)$ ，半徑為 1。今有一球，其球面含此圓及點 $(0, 0, \sqrt{3})$ ，則此球之半徑為_____。
3. 如右圖，有一邊長為 1 的正立方體。今置頂點 A 於空間座標系中之原點 $(0, 0, 0)$ ，置頂點 B 於正 z 軸上，則頂點 C 之 z 座標為_____。
4. 在空間中， x, y, z 座標皆為整數，且與原點距離為 $\sqrt{17}$ 的點，一共有_____個。
5. 某甲向銀行貸款 100 萬元，約定從次月開始每月還給銀行 1 萬元，依月利率 0.6% 複利計算，則某甲需要_____年就可還清。(答案以四捨五入計算成整數，而 $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 1.006 = 0.0026$)



二、假設 $\cos\theta + 3\sin\theta = 2$ ，且 $0 < \theta < 90^\circ$ ，求 $\cos\theta + \sin\theta$ 之值。

三、如右圖，A, B 為橢圓 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 之兩頂點，其中 a, b 皆為正數。若 P 為第一象限的橢圓弧上之一點，則 $\triangle ABP$ 最大面積為何？



1999 年自然組答案：

選擇題：

(1)(C) (2)(D) (3)(E) (4)(D) (5)(A)(B) (6)(C)(E)

非選擇題：

填充題：

(1) 50 (2) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (3) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (4) 48 (5) 13

二、 Ans : $\frac{4+\sqrt{6}}{5}$

三、 Ans : $\frac{1+\sqrt{2}}{2} ab$