

2003 年指定科目考試數學甲考科

一、單一選擇題(16%)

說明：第1至2題，每題選出一個最適當的選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題答對得8分，答錯倒扣 $2\frac{2}{3}$ 分，倒扣到本大題之實得分數為零為止。未答者，不給分亦不扣分。

1. 平面上有 A 、 B 、 C 三點。已知 B 、 C 之間的距離是200公尺， B 、 A 之間的距離是1500公尺， $\angle ACB$ 等於 60° 。請問 A 、 C 之間距離的最佳近似值是哪一個選項？_____。
(1) 1500公尺 (2) 1600公尺 (3) 1700公尺 (4) 1800公尺
2. 某國政府長期追蹤全國國民的經濟狀況，依訂定的標準將國民分為高收入和低收入兩類。統計發現高收入的人口一直是低收入人口的兩倍，且知在高收入的人口中，每年有四成會轉變為低收入。請問在低收入的人口中，每年有幾成會轉變為高收入？請選出正確的選項。_____。
(1) 6成 (2) 7成 (3) 8成 (4) 9成

二、多重選擇題 (4 8%)

說明：第3~8題，每題各有4個選項，其中至少有一個選項是正確的。請選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。各選項獨立計分，每答對一個選項，可得2分；每答錯一個，倒扣2分，完全答對得8分；未答者，不給分亦不扣分。若在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣2分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

3. A 和 B 是兩個二階方陣，方陣中每一位置的元素都是實數。就二階方陣所對應的平面變換來說， A 在平面上的作用是對直線 $L: y + \sqrt{3}x = 0$ 的鏡射，且知 $AB = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 。請選出正確的選項_____。(說明： A 將 P 點對應到 Q 點，則 L 為線段 \overline{PQ} 的垂直平分線)
(1) $AB = BA$ (2) $A + B = 0$ (3) B 所對應的平面變換是旋轉 (4) $-A$ 是 B 的(乘法)反方陣
4. 已知不等式 $1.253 \times 10^{845} < 7^{1000} < 1.254 \times 10^{845}$ 成立。請選出正確的選項。_____。
(1) $\log_{10} 7 < 0.846$ (2) $\log_{10} 7 > 0.845$ (3) $7^{100} < 5 \times 10^{84}$ (4) $7^{10} < 2 \times 10^8$
5. n 是大於1的整數。坐標平面上兩個橢圓區域 $\frac{x^2}{n^2} + y^2 \leq 1$ 和 $x^2 + \frac{y^2}{n^2} \leq 1$ 共同的部分以 A_n 表示。請選出正確的選項。_____。
(1) A_n 的面積小於4 (2) A_n 的面積大於 π (3) A_n 的周長大於5
(4) 當 n 趨於無窮大時， A_n 的面積趨近於4
6. 在一個牽涉到兩個未知量 x, y 的線性規畫作業中，有三個限制條件。坐標平面上符合這三個限制條件的區域是一個三角形區域。假設目標函數 $ax + by$ (a, b 是常數)，在此三角形的一個頂點(19,12)上取得最大值31，而在另一個頂點(13,10)取得最小值23。現因業務需要，加入第四個限制條件，結果符合所有限制條件的區域變成一個四邊形區域，頂點少了(19,12)，新增了(17,13)和(16,11)。在這四個限制條件下，請選出正確的選項。_____。
(1) $ax + by$ 的最大值發生在(17,13) (2) $ax + by$ 的最小值發生在(16,11)
(3) $ax + by$ 的最大值是30 (4) $ax + by$ 的最小值是27
7. 有一筆統計資料，共有11個數據如下(不完全依大小排列)：2, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 11, x 和 y ，已知這些數據的算術平均數和中位數都是6，且 x 小於 y 。請選出正確的選項。_____。
(1) $x + y = 14$ (2) $y < 9$ (3) $y > 8$ (4) 標準差至少是3
8. $f(x)$ 是一個首項係數為1的實係數三次多項式， k 是一個常數。已知當 $k < 0$ 或 $k > 4$ 時， $f(x) - k = 0$ 只有一個實根；當 $0 < k < 4$ 時， $f(x) - k = 0$ 有三個相異實根。請選出正確的選項。_____。
(1) $f(x) - 4 = 0$ 和 $f'(x) = 0$ 有共同實根 (2) $f(x) = 0$ 和 $f'(x) = 0$ 有共同實根 (3) $f(x) + 3 = 0$ 的任一實根大於 $f(x) - 6 = 0$ 的任一實根 (4) $f(x) + 5 = 0$ 的任一實根小於 $f(x) - 2 = 0$ 的任一實根

三、選填題(36%)

說明：A、B、C、D四題，請在答案卡的「解答欄」之列號(9-15)中標示答案。每一題完全答對得9分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 有一四面體 $OABC$ ，它的一個底面 ABC 是邊長為4的正三角形，且知 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = a$ ；如果直線 OA 與直線 BC 間的公垂線段長(亦即此兩直線間的距離)是 $\sqrt{3}$ ，則 $a = \frac{\textcircled{9}}{\textcircled{10}}$ (以最簡分數表示)。
- B. 彩票公司每天開獎一次，從1、2、3 三個號碼中隨機開出一個。開獎時，如果開出的號碼和前一天相同，就要重開，直到開出與前一天不同的號碼為止。如果在第一天開出的號碼是3，則在第五天開出號碼同樣是3的機率是 $\frac{\textcircled{11}}{\textcircled{12}}$ (以最簡分數表示)。
- C. 坐標平面上有一個橢圓，已知在(8,4), (9,11), (15,5)和(16,12)這四個點中，有兩個是焦點，另外兩個是頂點，則此橢圓的半長軸長度等於 $\sqrt{\textcircled{13}\textcircled{14}}$ 。
- D. 坐標平面上，當點 $P(x, y)$ 在曲線 $y^2 + 2xy + x^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ 上變動時，點 P 到直線 $x - y + 4 = 0$ 的距離的最小值等於 $\sqrt{\textcircled{15}}$ 。

1. (2) 2. (3) 3. (1)(2)(4) 4. (1)(2)(3) 5. (1)(2)(3)(4) 6. (1)(3) 7. (1)(2) 8. (1)(2)(4)

A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\sqrt{50}$ D. $\sqrt{8}$