

九十六學年度指定科目數學乙考試試題

第壹部分：選擇題(佔 74 分)

一、單選題 (18分)

- 科學家測得南極上空臭氧層的破洞面積大約是 2300 萬平方公里，約相當於北美洲的面積。根據上述數據，估計地球的表面積，請選出最接近地球表面積的選項：
(1) 5×10^6 平方公里 (2) 5×10^7 平方公里 (3) 5×10^8 平方公里
(4) 5×10^9 平方公里 (5) 5×10^{10} 平方公里。
- 某地區 12 歲以上人口中吸煙的比率為 28%。今將 12 歲以上人口區分為中老年、青壯年及青少年三類，所佔比率各為 30%、45% 及 25%。已知中老年與青壯年人口中吸煙的比率各為 25% 與 30%，請問青少年人口中吸煙的比率為多少？選出正確的選項：
(1) 24% (2) 28% (3) 32% (4) 36% (5) 40%
- 中國古代流傳的一本數學書中有下面這段文字：(標點符號為現代人所加) 今有多數 21，少數 15，問等數幾何？草曰：置 21 於上，15 於下，以下 15 除去上 21，上餘 6；又以上 6 除去下 15，下餘 3；又以下 3 除去上 6，適盡。則下 3 為等數合問。在上文中「等數」指的是：
(1) 兩數之和 (2) 兩數之差 (3) 兩數之積 (4) 兩數之商 (5) 兩數之最大公因數

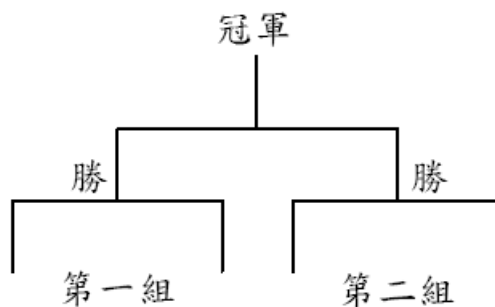
二、多選題 (32分)

- 假設地面是一個可以無限延伸的平面，如果採用形狀大小一致的大理石地磚鋪在地面上，並且要求鋪設時地磚之間緊密連接不留空隙，試問可以採用哪一種形狀的地磚？請選出正確的選項：
(1) 正三角形 (2) 正方形 (3) 圓形 (4) 正五邊形 (5) 正六邊形
- 下面每一個選項都是以行列式表達坐標平面上的方程式，請問哪些選項代表橢圓？
(1) $\begin{vmatrix} x & y & x \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ (2) $\begin{vmatrix} x^2 & 2y^2 & x \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ (3) $\begin{vmatrix} x^2 & y^2 & 2x \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$
(4) $\begin{vmatrix} x^2 + y^2 & y & x^2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ (5) $\begin{vmatrix} x^2 - y^2 & y & x \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$
- 假設 a, b 是整數，且 $b \neq 0$ 。已知 $c = \frac{a}{3} + \frac{b\sqrt{2}}{3}i$ 是實係數一元二次方程式 $x^2 + kx + 1 = 0$ 的一個解。請問下列哪些選項是正確的？
(1) $\frac{1}{c}$ 是上述方程式的另外一個解。 (2) $\frac{1}{c} = \frac{a}{3} - \frac{b\sqrt{2}}{3}i$ (3) $c + \frac{1}{c} = k$
(4) k 一定是整數 (5) a 一定是奇數。
- x 代表實數，請選出正確的選項：

- (1) 當 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 時， $\cos 2x$ 之值恆為正。
- (2) 當 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 時， $\sin 2x$ 之值恆為正。
- (3) 不論 x 為何， $\cos^2 x - \sin^2 x \leq \frac{1}{2}$ 恆成立。
- (4) 不論 x 為何， $\sin x \cos x \leq \frac{1}{2}$ 恆成立。
- (5) 不論 x 為何， $\sin x + \cos x \leq \frac{3}{2}$ 恆成立。

三、選填題 (24分)

- A. 某棒球比賽有實力完全相當的甲乙丙丁四隊參加，先將四隊隨機抽籤分成兩組比賽，兩組的勝隊再參加冠亞軍決賽。如下圖：



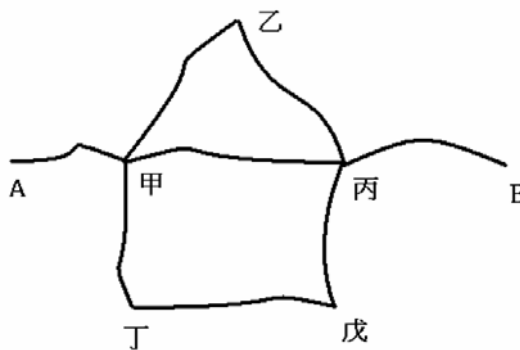
根據過去的紀錄，所有隊伍比賽時各隊獲勝的機率均為 0.5。則冠亞軍決賽由甲、乙兩隊對戰的機率為 0.8 9 10 (四捨五入到小數三位)。

- B. 平面上坐標皆為整數的點稱為格子點。我們將原點以外的格子點分層，方法如下：若 (a, b) 是原點 $(0, 0)$ 以外的格子點，且 a 和 b 中最大值為 n ，則稱 (a, b) 是在第 n 層的格子點 (例如 $(3, -4)$ 是在第 4 層； $(8, -8)$ 是在第 8 層)。則在第 15 層的格子點個數為 11 12 13。

- C. 如圖，

A 城到 B 城之間有甲、乙、丙、丁、戊五城，其間連結的道路如圖所示。今從 A 城出發走向 B 城，要求每條道路都要經過並且只經過一次，則總共有

14 種走法。



第貳部分：非選擇題（佔 26 分）

一、某別墅有一個由四塊正方形的玻璃拼成的田字形窗戶，窗外路燈的光線（假設路燈是一個點光源）透過窗戶在地板上形成一個變形的田字形光影。在地板上建置一個直角坐標系，發現田字形光影外框的四個頂點的坐標分別為 $(-4, 40)$ ， $(16, 0)$ ， $(16, 40)$ 和 $(28, 16)$ 。求田字形窗戶的中心投影在地板上的坐標。（13分）

二、設 r, s 為整數，已知整係數多項式 $x^3+rx+s=0$ 的因式分解是 $x^3+rx+s=(x+a)^2(x+b)$ ，其中 a, b 為相異實數，求證 a, b 都是有理數。（13分）

九十五學年度指定科目數學乙考試試題答案

第壹部分：選擇題(佔 74 分)

一、單選題(18%)

1.(3) 2.(2) 3.(5)

二、多選題(32%)

4.(1)(2)(5) 5.(2)(3) 6.(1)(2)(5) 7.(2)(4)(5)

三、選填題(24%)

A. $0.167(\frac{1}{6})$ B.120 C.6

第貳部分：非選擇題(佔 26 分)

一、(1)(16,25) [田字形窗戶的中心投影在四邊形光影的對角線交點上]

二、由 $x^3+rx+s=(x+a)^2(x+b)$ 可得 $2a+b=0$ ， $2ab+a^2=r$ ， $a^2b=s$ ，將 $b=-2a$ 代入後面兩式，可得 $r=-3a^2$ ， $s=-2a^3$ ，因為假設 $a=0\Rightarrow b=0$ 不合，因此 $a\neq 0$ ，故 r,s 均不為0。

$\Rightarrow \frac{s}{r} = \frac{2a}{3} \Rightarrow a = \frac{2r}{3s}$ 因為 r,s 均為整數且 $s\neq 0$ ，故 a 為有理數 $\Rightarrow b$ 為有理數。