

九十七學年度指定科目數學乙考試試題

第壹部分：選擇題(佔 74 分)

一、單選題 (18分)

1. 根據一百多年來的氣象紀錄，美國費城年雨量平均值為 41.0 英吋，標準差為 6.1 英吋。今欲將此項統計資料的單位由英制換為公制，請問該城市一百多年來年雨量的標準差最接近下列哪一個選項？(註：1 英吋等於 25.4 毫米)

(1) 0.240 毫米 (2) 1.61 毫米 (3) 6.10 毫米 (4) 155 毫米 (5) 1041 毫米。

2. 兩向量以 \vec{a} 和 \vec{b} 表示，並以 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 表示 \vec{a} 和 \vec{b} 的內積，以 $|\vec{a}|, |\vec{b}|$ 分別表示 \vec{a} 和 \vec{b} 的長度，試問下列哪一個選項表：「三角形兩邊中點的連線與第三邊平行，且其長度為第三邊之半。」？

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ (2) $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$ (3) $\vec{a} \cdot \vec{b} \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$

(4) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) + (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 2(\vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b})$

(5) $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$

3. 解下列聯立方程式時， $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x - 5y = -1 \end{cases}$ 將相關的係數與常數以矩陣 A 表達如下：

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & -1 \end{pmatrix}$ ，對矩陣 A 進行高斯消去法的一個步驟：第一列不變，並將第二列減去第一列的四倍成為新的第二列。試問下列哪一個選項中的矩陣乘積代表對 A 進行上述步驟？

(1) $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & -1 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & -1 \end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & -1 \end{pmatrix}$

$$(4) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & -1 \end{pmatrix} \quad (5) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & -1 \end{pmatrix}。$$

二、多選題 (32分)

4. 有一個不公正的骰子，投擲的時候，二點、三點、四點、五點和六點出現的機率都是 $\log_{10}\left(\frac{3}{2}\right)$ ，今以 a 表 $\log_{10}\left(\frac{3}{2}\right)$ ，以 b 表示投擲的時候一點出現的機率，請選出正確的選項。

(1) $a > 0$ (2) $a > 1$ (3) $b < \frac{1}{6}$ (4) $b < \log_{10}\left(\frac{4}{3}\right)$ (5) $a > b$ 。

5. 給定二次多項式 $f(x) = x^2 + ax + b$ ，已知多項式 $x^3 + 3x^2 + 4x + 2$ 除以 $f(x)$ 其餘式為 $3x + 2$ ，多項式 $x^3 + x^2 - x - 1$ 除以 $f(x)$ 其餘式為 $4x + 1$ ，請選出正確的選項。

(1) $a = 3$ (2) $b = -1$ (3) 方程式 $f(x) = 0$ 無實根 (4) $f(x)$ 的極小值為 $\frac{5}{4}$ (5) $f(x)$ 除以 $x + 3$ 其餘式為 1。

6. 有四個相異的正整數，由小到大依序為 k, l, m, n ，其和為 16，亦即 $0 < k < l < m < n$ ， $k + l + m + n = 16$ 請問單獨再增加下列哪一個選項中的條件，可以保證 k 等於 1？

(1) l 是奇數， m 是偶數

(2) l, m 是偶數

(3) k, l, m, n 是等差數列

(4) l, n 是奇數

(5) l, m 是奇數。

7. 請問對於下列哪些選項，可以找到實數 a ，使得選項裡面所有的數都同時滿足一元二次不等式 $x^2 + (2-a)x - 2a < 0$ ？

(1) $-1, 0$ (2) $1, 2, 3, \dots$ (所有正整數) (3) $-3, -4, -5, \dots$ (所有小於 -2 的整數)

(4) 972008 (5) $-\pi, \pi$ (π 是圓周率)。

三、選填題 (24分)

A. 趙氏與錢氏兩對夫婦，以及孫先生、李先生圍坐一個六人座圓桌吃飯，其中趙先生和孫先生已在兩個相鄰的位子坐定。若限定夫妻不得相鄰，則其他四人就座的方法

共有 ⑧ ⑨ 種。

B. 從集合 $\left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} \mid a, b, c \text{ 爲 } 0, 1, 2 \text{ 或 } 3 \right\}$ 中隨機抽取一個矩陣，其行列式為 0 的機率

⑩
等於 ⑪ ⑫。(化為最簡分數)

⑬

C. 若三角形 ABC 的 $\overline{AB} = 8$ 、 $\overline{AC} = 4\sqrt{5}$ 及 $\cos \angle BAC = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ，則 $\sin \angle ACB =$ ⑭。

(化為最簡分數)

第貳部分：非選擇題（佔 26 分）

一、坐標平面上有兩條拋物線，第一條拋物線的頂點在 $(-4,0)$ ，焦點在 $(-4,4)$ ，第二條拋物線的頂點在 $(4,4)$ ，焦點在 $(4,0)$ ，求兩條拋物線的交點。（13分）

二、建築公司在房市熱絡時推出甲、乙兩型熱門預售屋。企劃部門的規劃如下：甲型屋每棟地價成本為500萬元，建築費用為900萬元，乙型屋每棟地價成本為200萬元，建築費用為1500萬元，公司在資金部分限制地價總成本上限為3500萬元，所有建築費用的上限為1億2000萬元；無論甲型或乙型售出，每棟獲利皆為500萬元，假設推出的預售屋皆可售出，請問推出甲、乙兩型預售屋各幾棟，公司才可得到最大利潤。（13分）

九十七學年度指定科目數學乙考試試題答案

第壹部分：選擇題(佔 74 分)

一、單選題(18%)

1.(4) 2.(2) 3.(5)

二、多選題(32%)

4.(1)(3)(4)(5) 5.(1)(5) 6.(2)(3) 7.(1)(4)

三、選填題(24%)

A. 10 B. $\frac{7}{16}$ C. $\frac{4}{5}$

第貳部分：非選擇題(佔 26 分)

一、(4,4)和(-4,0)

二、各推 5 棟預售屋