

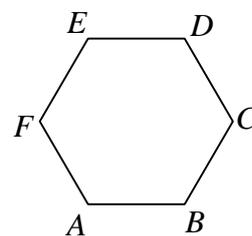
# 87 學年度學科能力測驗數學科試題

## 第一部分：選擇題

### 壹、單一選擇題

說明：第 1 至 4 題，每題選出最適當的一個選項，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

- 當  $x$  介於 0 與 2 之間，直線  $y=1-x$ ，與函數  $y=\tan x$  的圖形，共有幾個交點？  
(1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3 (5) 4
- 設  $1-i$  為  $x^2+ax+3-i=0$  的一根，則  $a$  的值為何？  
(1) -3 (2) -2 (3)  $-1-i$  (4) 2 (5) 3
- 設事件  $A$  發生的機率為  $\frac{1}{2}$ ，事件  $B$  發生的機率為  $\frac{1}{3}$ 。若以  $p$  表事件  $A$  或事件  $B$  發生的機率，則  $p$  值的範圍為何？  
(1)  $p \leq \frac{1}{6}$  (2)  $\frac{1}{6} < p \leq \frac{1}{3}$  (3)  $\frac{1}{3} < p < \frac{1}{2}$  (4)  $\frac{1}{2} \leq p \leq \frac{5}{6}$  (5)  $p > \frac{5}{6}$
- 如右圖， $ABCDEF$  為一正六邊形。那麼下列向量內積中，何者最大？  
(1)  $\vec{AB} \cdot \vec{AB}$  (2)  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  (3)  $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$  (4)  $\vec{AB} \cdot \vec{AE}$  (5)  $\vec{AB} \cdot \vec{AF}$



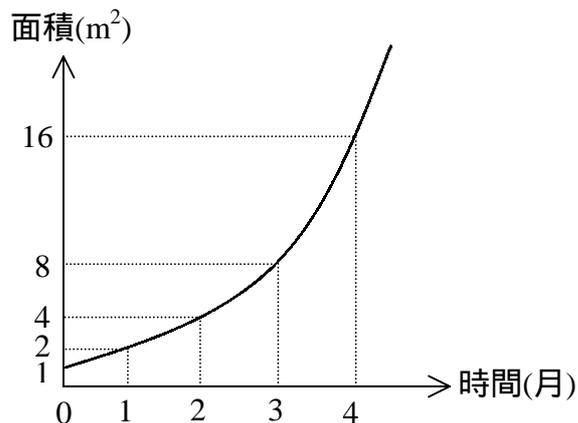
### 貳、多重選擇題

說明：第 5 至 10 題，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲 2.5 分，錯兩個或兩個以上不給分。

- 已知「偶數的平方是 4 的倍數；奇數的平方除以 4 餘數為 1」考慮五個數：513, 226, 216, 154, 145。試問下列何者可以和上述五數中的某一數相加成為完全平方數？  
(1) 513 (2) 226 (3) 216 (4) 154 (5) 145
- 設不共點的三直線之方程式分別為  $ax-4y=1$ ， $(a+1)x+3y=2$ ， $x-2y=3$  其中  $a$  為實數。試問  $a$  為何值時，上述三直線會圍出一個直角三角形？  
(1) -8 (2) -4 (3) 1 (4) 3 (5) 5
- 下列敘述何者為真？  
(1)  $\sin 50^\circ < \cos 50^\circ$  (2)  $\tan 50^\circ < \cot 50^\circ$  (3)  $\tan 50^\circ < \sec 50^\circ$   
(4)  $\sin 230^\circ < \cos 230^\circ$  (5)  $\tan 230^\circ < \cot 230^\circ$
- 在空間中，下列那些點可與  $A(1,2,3)$ ， $B(2,5,3)$ ， $C(2,6,4)$  三點構成一平行四邊形？  
(1)  $(-1,-5,-2)$  (2)  $(1,1,2)$  (3)  $(1,3,4)$  (4)  $(3,7,6)$  (5)  $(3,9,4)$
- 設  $a$  與  $b$  均為實數，且二次函數  $f(x)=a(x-1)^2+b$  滿足  $f(4)>0$ ， $f(5)<0$ ，試問下列何者為真？  
(1)  $f(0)>0$  (2)  $f(-1)>0$  (3)  $f(-2)>0$  (4)  $f(-3)>0$  (5)  $f(-4)>0$

10.如右圖為某池塘中布袋蓮蔓延的面積與時間的關係圖。假設其關係為指數函數，試問下列敘述何者為真？

- (1)此指數函數的底數為 2。
- (2)在第 5 個月時，布袋蓮的面積就會超過  $30m^2$ 。
- (3)布袋蓮從  $4m^2$ ，蔓延到  $12m^2$ ，只需 1.5 個月。
- (4)設布袋蓮蔓延到  $2m^2$ 、 $3m^2$ 、 $6m^2$  所需的時間分別為  $t_1$ 、 $t_2$ 、 $t_3$  則  $t_1+t_2=t_3$ 。
- (5)布袋蓮在第 1 到第 3 個月之間的蔓延平均速度等於在第 2 到第 4 個月之間的蔓延平均速度。



第二部分：填充

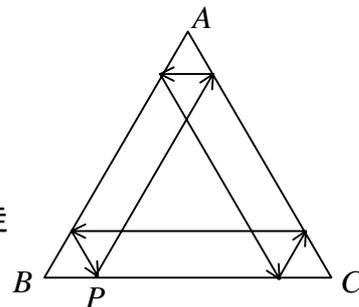
說明：每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

如果答案要求的是分數時，必須以最簡分數表示。

1. 在三位數中，百位數與個位數之差的絕對值為 2 的數，共有\_\_\_\_\_個。
2. 設  $a, b$  均為實數，若  $\frac{a}{2^1} + \frac{b}{2^2} + \frac{a}{2^3} + \frac{b}{2^4} + \dots + \frac{a}{2^{2n-1}} + \frac{b}{2^{2n}} + \dots = 3$ ，則  $2a+b=$ \_\_\_\_\_。
3. 某公司有甲、乙、丙三條生產線，現欲生產三萬個產品，如果甲、乙、丙三條生產線同時開動，則需 10 小時；如果只開動乙、丙兩條生產線，則需 15 小時；如果只開動甲生產線 15 小時，則需再開動丙生產線 30 小時，才能完成所有產品。問如果只開動乙生產線，則需\_\_\_\_\_小時才能生產三萬個產品。

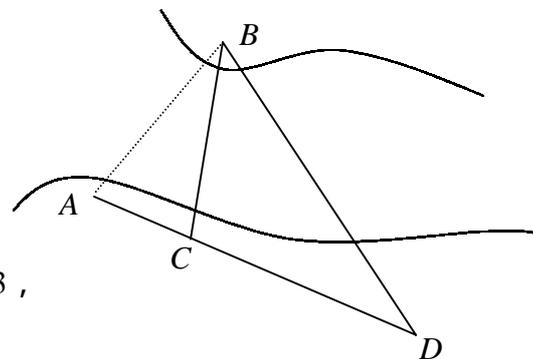
4. 長方體中，互為歪斜線的稜線共有\_\_\_\_\_對。
5. 如右圖中， $ABC$  是邊長為 8 的正三角形撞球檯，線段  $\overline{BP} = \sqrt{2}$ 。

今由  $P$  點將一粒球以平行  $BA$  方向射出，最後又回到  $P$  點。球所走的路徑，如圖箭號所示。則此路徑的長度為\_\_\_\_\_。



6. 在等比數列  $\langle a_n \rangle$  中， $a_1 = 1, a_4 = 2 - \sqrt{5}, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \quad n \geq 1$ ，則  $\langle a_n \rangle$  的公比=\_\_\_\_\_。

7. 如右圖， $A, B$  兩點分別位於一河口的兩岸邊。某人在通往  $A$  點的筆直公路上，距離  $A$  點 50 公尺的  $C$  點與距離  $A$  點 200 公尺的  $D$  點，分別測得  $\angle ACB = 60^\circ, \angle ADB = 30^\circ$ ，則  $A$  與  $B$  的距離為\_\_\_\_\_公尺。

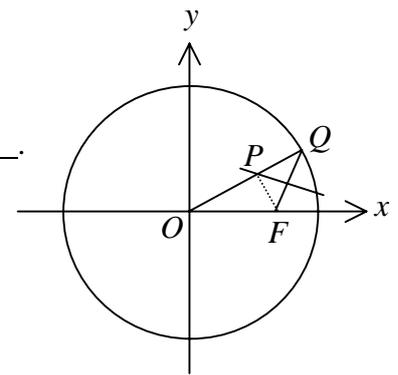


8. 設  $f(x)$  為一多項式。若  $(x+1)f(x)$  除以  $x^2+x+1$  的餘式為  $5x+3$ ，則  $f(x)$  除以  $x^2+x+1$  的餘式為\_\_\_\_\_。

9. 在右圖中，圓  $O$  的半徑為 6， $F$  的坐標為  $(4,0)$ ，

$Q$  在圓  $O$  上， $P$  為  $\overline{FQ}$  的中垂線與  $\overline{OQ}$  的交點。

當  $Q$  在圓  $O$  上移動時，動點  $P$  的軌跡方程式為\_\_\_\_\_。



10. 下表所列為各項主要食品的平均消費價格，以及民國 70 年維持一家四口所需各項食品的平均需要量。若以拉氏指數來衡量，那麼民國 76 年主要食品的費用比民國 70 年高出的百分率為\_\_\_\_\_%(小數點以下四捨五入)

項 目	70 年價格	76 年價格	70 年平均用量
蓬萊米	7.6	16.0	45.0
豬 肉	49.0	97.0	5.0
虱目魚	36.0	74.0	0.5
包心白菜	5.6	15.0	4.0
香 蕉	4.7	13.0	3.0
花生油	25.0	54.0	0.8

參考答案：

第一部分：選擇題

壹、單一選擇題：

1. 4      2. 1      3. 4      4. 2

貳、多重選擇題

5. 1 3 5      6. 1 2 4 5      7. 3 4      8. 2 3 5      9. 1 2 3      10. 1 2 4

第二部分：填充

1. 150      2. 9      3. 20      4. 24      5. 24

6.  $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$       7.  $50\sqrt{7}$       8.  $2x+5$       9.  $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$       10. 109