

第一部分：選擇題

壹、單一選擇題

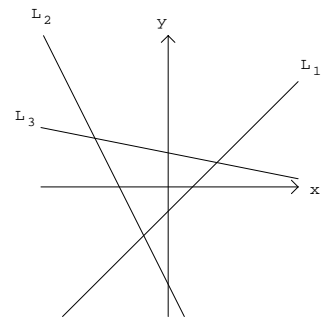
說明：第 1 至 7 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 有一等腰三角形底邊為 10，頂角 72° 。下列何者可以表示腰長？

- (1) $5 \cdot \sin 36^\circ$
- (2) $5 \cdot \tan 36^\circ$
- (3) $5 \cdot \cot 36^\circ$
- (4) $5 \cdot \sec 36^\circ$
- (5) $5 \cdot \csc 36^\circ$

2. 在坐標平面上，根據方程式 $x+5y-7=0$, $2x+y+4=0$, $x-y-1=0$ 畫出三條直線 L_1, L_2, L_3 ，如圖所示。試選出方程式與直線間正確的配置？

- (1) $L_1: x+5y-7=0$; $L_2: 2x+y+4=0$; $L_3: x-y-1=0$
- (2) $L_1: x-y-1=0$; $L_2: x+5y-7=0$; $L_3: 2x+y+4=0$
- (3) $L_1: 2x+y+4=0$; $L_2: x+5y-7=0$; $L_3: x-y-1=0$
- (4) $L_1: x-y-1=0$; $L_2: 2x+y+4=0$; $L_3: x+5y-7=0$
- (5) $L_1: 2x+y+4=0$; $L_2: x-y-1=0$; $L_3: x+5y-7=0$



3. 下列 5 組資料 (每組各有 10 筆)

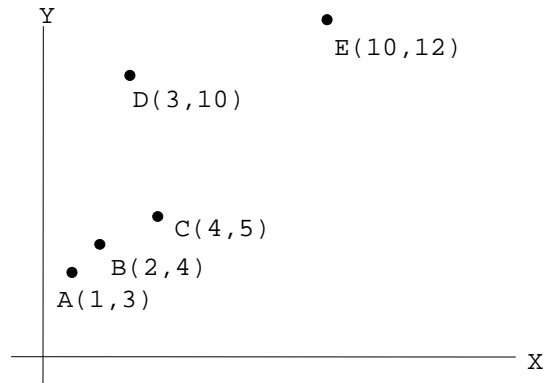
- A: 1, 1, 1, 1, 1, 10, 10, 10, 10, 10
- B: 1, 1, 1, 1, 1, 5, 5, 5, 5, 5
- C: 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6
- D: 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5
- E: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

試問哪一組資料的標準差最大？

- (1) A
- (2) B
- (3) C
- (4) D
- (5) E

4. 如圖所示有 5 筆 (X, Y) 資料。試問：去掉哪一筆資料後，剩下來 4 筆資料的相關係數最大？

- (1) A
- (2) B
- (3) C
- (4) D
- (5) E



5. 假設世界人口自 1980 年起，50 年內每年增長率均固定。已知 1987 年世界人口達 50 億，1999 年第 60 億人誕生在賽拉佛耶。根據這些資料推測 2023 年世界人口數最接近下列哪一個數？

- (1) 75 億
- (2) 80 億
- (3) 86 億
- (4) 92 億
- (5) 100 億

6. 在 1999 年 6 月 1 日數學家利用超級電腦驗證出 $2^{6972593} - 1$ 是一個質數。若想要列印出此質數至少需要多少張 A4 紙？假定每張 A4 紙，可列印出 3000 個數字。在下列選項中，選出最接近的張數。[$\log_{10} 2 \approx 0.3010$]

- (1) 50
- (2) 100
- (3) 200
- (4) 500
- (5) 700

7. 設 P_1 表示丟 2 個公正硬幣時，恰好出現 1 個正面的機率， P_2 表示擲 2 個均勻骰子，恰好出現 1 個偶數點的機率， P_3 表示丟 4 個公正硬幣時，恰好出現 2 個正面的機率。試問下列選項何者為真？
- (1) $P_1=P_2=P_3$
 - (2) $P_1=P_2>P_3$
 - (3) $P_1=P_3<P_2$
 - (4) $P_1=P_3>P_2$
 - (5) $P_3>P_2>P_1$

貳、多重選擇題

說明：第 8 至 10 題，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲 2.5 分，錯兩個或兩個以上不給分。

8. 在坐標平面上，以 $(-1, 1), (3, 1)$ 為焦點，且通過點 $(3, 4)$ 畫一雙曲線。試問此雙曲線也會通過下列哪些點？
- (1) $(1, 1)$
 - (2) $(-1, 4)$
 - (3) $(3, -2)$
 - (4) $(-1, -2)$
 - (5) $(3, 1)$
9. 阿山家在一條東西向馬路的北方 D 點處，為了不同目的，他走到馬路的路線有下列三條：
- 向南走 a 公尺到 A 點之後，繼續向南走 a 公尺到達馬路；
- 向東南走 b 公尺到 B 點之後，繼續向南走 b 公尺到達馬路；
- 向東走 c 公尺到 C 點之後，繼續向南走 c 公尺到達馬路。
- 根據上述資料，下列選項何者為真？
- (1) $c=2a$
 - (2) $a<b<c$
 - (3) $b=\sqrt{2}a$
 - (4) A, B, C, D 四點共圓
 - (5) A, B, C 三點剛好在以 D 點為焦點的拋物線上

10. 將行列式

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & x & 2 \\ 1 & 2 & x \end{vmatrix}$$

展開得到多項式 $f(x)$ 。下列有關 $f(x)$ 的敘述，何者為真？

- (1) $f(x)$ 是一個三次多項式
- (2) $f(1) = 0$
- (3) $f(2) = 0$
- (4) $f(-3) = 0$
- (5) $f(5) = 0$

第二部分：填充題

說明：1. 第 A 至 J 題，將答案標示在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (11–36)。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 今年 (公元 2000 年是閏年) 的 1 月 1 日是星期六。試問下一個 1 月 1 日也是星期六，發生在公元哪一年？ 答：20^⑪^⑫ 年。

B. 將自然數按下列規律排列，每一列比前一列多一個數，如下表所示：

| | |
|-------|--------------------|
| 第 1 列 | 1 |
| 第 2 列 | 2, 3 |
| 第 3 列 | 4, 5, 6 |
| 第 4 列 | 7, 8, 9, 10 |
| 第 5 列 | 11, 12, 13, 14, 15 |
| ... | ... |

試問第 100 列第 3 個數是多少？ 答：⑬⑭⑮⑯。

C. 設三次方程式 $x^3 - 17x^2 + 32x - 30 = 0$ 有兩複數根 $a+bi, 1+bi$ ，其中 a, b 是不為 0 的實數。試求它的實根。 答：⑰⑱。

D. 空間中有一直線 L 與平面 $E: x+2y+3z=9$ 垂直。試求通過點 $(2, -3, 4)$ 且與直線 L 垂直的平面方程式。 答： $x+⑲y+⑳z=㉑$ 。

E. 在某海防觀測站的東方 12 海浬處有 A、B 兩艘船相會之後，A 船以每小時 12 海浬的速度往南航行，B 船以每小時 3 海浬的速度向北航行。問幾小時後，觀測站及 A、B 兩船恰成一直角三角形？ 答：⑳ 小時。

F. 氣象局測出在 20 小時期間，颱風中心的位置由恆春東南方 400 公里直線移動到恆春南 15° 西的 200 公里處，試求颱風移動的平均速度。(整數以下，四捨五入) 答：⑳㉑ 公里/時。

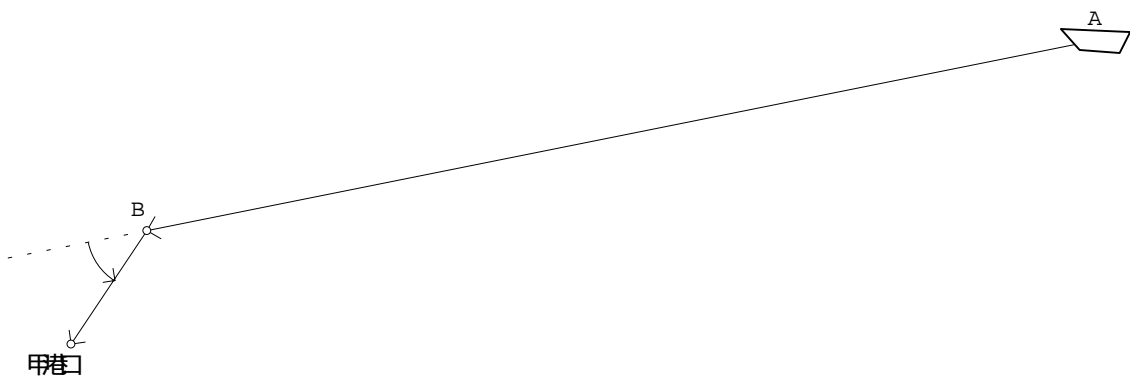
G. 桌面上有大小兩顆球，相互靠在一起。已知大球的半徑為 20 公分，小球半徑 5 公分。試求這兩顆球分別與桌面相接觸的兩點之間的距離。
答：㉕㉖ 公分。

H. 體操委員會由 10 位女性委員與 5 位男性委員組成。委員會要由 6 位委員組團出國考察，如以性別做分層，並在各層依比例隨機抽樣，試問此考察團共有多少種組成方式？ 答：②7②8②9③0種。

I. 交通規則測驗時，答對有兩種可能，一種是會做而答對，一種是不會做但猜對。已知小華練習交通規則筆試測驗，會做的機率是 0.8。現有一題 5 選 1 的交通規則選擇題，設小華會做就答對，不會做就亂猜。已知此題小華答對，試問在此條件之下，此題小華是因會做而答對(不是亂猜)的機率是多少？

答：③1③2 / ③3③4。(以最簡分數表示)

J. 如下圖所示，有一船位於甲港口的東方 27 公里北方 8 公里 A 處，直朝位於港口的東方 2 公里北方 3 公里 B 處的航標駛去，到達航標後即修正航向以便直線駛入港口。試問船在航標處的航向修正應該向左轉多少度？(整數以下，四捨五入) 答：③5③6度。



參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式的公式解：
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

3. 等比數列 $\langle ar^{n-1} \rangle$ 的前 n 項之和
$$S_n = \frac{a \cdot (1 - r^n)}{1 - r}, r \neq 1.$$

4. $\triangle ABC$ 的正弦及餘弦定理

(1) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$, R 為外接圓的半徑(正弦定理)

(2) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ (餘弦定理)

5. 統計公式：

算術平均數
$$M (= \bar{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

標準差
$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{X}^2}$$

相關係數
$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{n \cdot S_X S_Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}}$$

其中 S_X 為變量 X 之標準差, S_Y 為變量 Y 之標準差

6. 貝氏定理

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(A')P(B|A')}$$

7. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.4142$; $\sqrt{3} \approx 1.7321$; $\sqrt{5} \approx 2.2361$; $\sqrt{7} \approx 2.6458$

8. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$, $\log_{10} 3 \approx 0.4771$, $\log_{10} 5 \approx 0.6990$, $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

八十九學年學科能力測驗數學考科答案

| 題號 | 答案 | 題號 | 答案 |
|----|---------|----|----|
| 1 | 5 | 21 | 8 |
| 2 | 4 | 22 | 2 |
| 3 | 1 | 23 | 1 |
| 4 | 4 | 24 | 7 |
| 5 | 3 | 25 | 2 |
| 6 | 5 | 26 | 0 |
| 7 | 2 | 27 | 2 |
| 8 | 2,3,4 | 28 | 1 |
| 9 | 1,2,5 | 29 | 0 |
| 10 | 1,2,3,4 | 30 | 0 |
| 11 | 0 | 31 | 2 |
| 12 | 5 | 32 | 0 |
| 13 | 4 | 33 | 2 |
| 14 | 9 | 34 | 1 |
| 15 | 5 | 35 | 4 |
| 16 | 3 | 36 | 5 |
| 17 | 1 | | |
| 18 | 5 | | |
| 19 | 2 | | |
| 20 | 3 | | |

| 數 學 | | | |
|-----|---------|----|----|
| 題號 | 答案 | 題號 | 答案 |
| 1 | 3 | 21 | 4 |
| 2 | 3 | 22 | 4 |
| 3 | 5 | 23 | 1 |
| 4 | 3,4,5 | 24 | 4 |
| 5 | 1,3,5 | 25 | 1 |
| 6 | 1,4 | 26 | 3 |
| 7 | 2,3,5 | 27 | 6 |
| 8 | 1,2,5 | 28 | 0 |
| 9 | 1,2,4 | 29 | 1 |
| 10 | 1,3,4,5 | 30 | 2 |
| 11 | 2 | 31 | 1 |
| 12 | 5 | 32 | 0 |
| 13 | 7 | | |
| 14 | 4 | | |
| 15 | 0 | | |
| 16 | 1 | | |
| 17 | 2 | | |
| 18 | 5 | | |
| 19 | 2 | | |
| 20 | 5 | | |