

2004年學科能力測驗

第一部分：選擇題

壹、單一選擇題：

說明：第1至6題，每題選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」，每題答對得5分，答錯不倒扣。

1. 已知一等差數列共有十項，且知其奇數項之和為15，偶數項之和為30，則下列哪一選項為此數列之公差？ (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

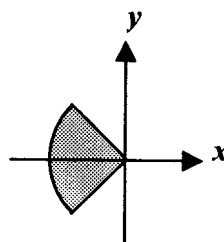
2. 下列選項中的數，何者最大？ [其中 $n! = n \times (n-1) \times \dots \times 2 \times 1$]

(1) 100^{10} (2) 10^{100} (3) 50^{50} (4) $50!$ (5) $\frac{100!}{50!}$

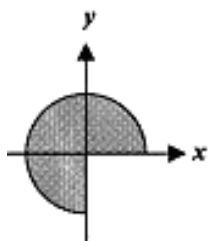
3. 右圖陰影部分所示為複數平面上區域

$A = \{z : z = r(\cos \theta + i \sin \theta), 0 \leq r \leq 1, \frac{3}{4}\pi \leq \theta \leq \frac{5}{4}\pi\}$ 之略圖。令

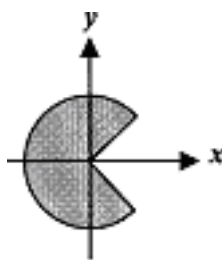
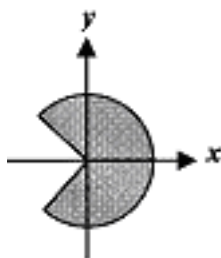
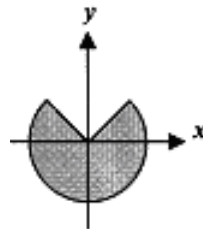
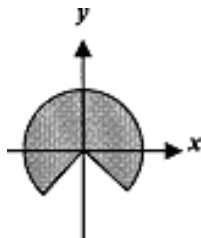
$D = \{\omega : \omega = z^3, z \in A\}$ ，試問下列選項中之略圖，何者之陰影部分與區域 D 最接近？



(1) (2) (3)



(4) (5)



4. 在坐標空間中給定兩點 $A(1,2,3)$ 與 $B(7,6,5)$ 。令 S 為 xy -平面上所有使得 \overrightarrow{PA} 垂直於 \overrightarrow{PB} 的 P 點所成的集合，則

(1) S 為空集合 (2) S 恰含一點 (3) S 恰含兩點 (4) S 為一線段 (5) S 為一圓

5. 設 $\triangle ABC$ 為平面上的一個三角形， P 為平面上一點且 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ ，其中 t 為一實數。

試問下列哪一個選項為 t 的最大範圍，使 P 落在 $\triangle ABC$ 的內部？ (1) $0 < t < \frac{1}{4}$ (2) $0 < t < \frac{1}{3}$ (3)

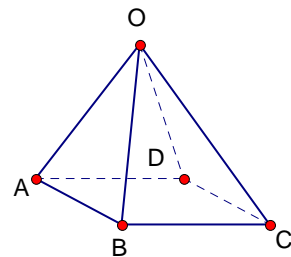
$$0 < t < \frac{1}{2} \quad (4) \quad 0 < t < \frac{2}{3} \quad (5) \quad 0 < t < \frac{3}{4}$$

6. 台灣證卷交易市場規定股票成交價格只能在前一個交易日的收盤價（即最後一筆的成交價）的漲、跌7%範圍內變動。例如：某支股票前一個交易日的收盤價是每股100元，則今天該支股票每股的買賣價格必須在93元至107元之間。假設有某支股票的價格起伏很大，某一天的收盤是每股4元，次日起連續五個交易日以跌停板收盤（也就是每天跌7%），緊接著卻連續五個交易日以漲停板收盤（也就是每天漲7%），請問經過這十個交易日後，該支股票每股的收盤價最接近下列哪一個選項中的價格？(1)39元 (2)39.5元 (3)40元 (4)40.5元 (5)41元

貳、多重選擇題：

說明：第7至11題，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題答對得5分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個得2.5分，錯兩個或兩個以上不給分。

7. 中山高速公路重慶北路交流道南下入口匝道分成內、外兩線車道，路旁立有標誌「外側車道大客車專用」。請選出**不違反**此規定的選項：
 (1) 小型車行駛內側車道 (2) 小型車行駛外側車道 (3) 大客車行駛內側車道 (4) 大客車行駛外側車道 (5) 大貨車行駛外側車道
8. 在坐標平面上，下列哪些方程式的圖形可以放進一個夠大的圓裡面？
 (1) $3x = 2y^2$ (2) $3x^2 + 2y^2 = 1$ (3) $3x^2 - 2y^2 = 1$
 (4) $|x + y| = 1$ (5) $|x| + |y| = 1$
9. 如右圖 $O-ABCD$ 為一金字塔，底是邊長為1之正方形，頂點 O 與 A 、 B 、 C 、 D 之距離均為2。試問下列哪些式子是正確的？



- (1) $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$
 (2) $\vec{OA} + \vec{OB} - \vec{OC} - \vec{OD} = \vec{0}$
 (3) $\vec{OA} - \vec{OB} + \vec{OC} - \vec{OD} = \vec{0}$
 (4) $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OC} \cdot \vec{OD}$
 (5) $\vec{OC} \cdot \vec{OA} = 2$

10. 從1,2,...,10 這十個數中隨意取兩個，以 p 表示其和為偶數之機率， q 表示其和為奇數之機率。試問下列哪些敘述是正確的？

(1) $p+q=1$ (2) $p=q$ (3) $|p-q| \leq \frac{1}{10}$ (4) $|p-q| \geq \frac{1}{20}$ (5) $p \geq \frac{1}{2}$

11. 設 $f(x)$ 為三次實係數多項式，且知複數 $1+i$ 為 $f(x)=0$ 之一解。試問下列哪些敘述是正確的？

- (1) $f(1-i)=0$ (2) $f(2+i) \neq 0$ (3) 沒有實數 x 滿足 $f(x)=x$
 (4) 沒有實數 x 滿足 $f(x^3)=0$ (5) 若 $f(0) > 0$ 且 $f(2) < 0$ ，則 $f(4) < 0$

第二部分：填充題

說明：1. 第A至I題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(12-31)。

2. 每題完全答對給5分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 某數學老師計算學期成績的公式如下：五次平時考中取較好的三次之平均值佔30%，兩次期中考各佔20%，期末考佔30%。某生平時考成績分別為68、82、70、73、85，期中考成績分別為86、79，期末考成績為90，則該生學期成績為 ⑫⑬
 (計算到整數為止，小數點以後四捨五入)。
- B. 某電視台舉辦抽獎遊戲，現場準備的抽獎箱裡放置了四個分別標有1000、800、600、0元獎額的球。參加者自行從抽獎箱裡摸取一球(取後即放回)，主辦單位即贈送與此球上數字等額的獎金，並規定抽取到0元的人可以再摸一次，但是所得獎金折半(若再摸到0就沒有第三次機會)；則一個參加者可得獎金的期望值是 ⑭⑮⑯(計算到整數為止，小數點以後四捨五入)
- C. 設 a, b, c 為正整數，若 $a \log_{520} 2 + b \log_{520} 5 + c \log_{520} 13 = 3$ ，則 $a+b+c =$ ⑰⑱
- D. 設 $\triangle ABC$ 為一等腰直角三角形， $\angle BAC = 90^\circ$ 。若 P, Q 為斜邊 \overline{BC} 的三等分點，則 $\tan \angle PAQ =$ ⑲⑳。(化成最簡分數)
- E. 某高中招收高一新生共有男生1008人、女生924人報到。學校想將他們依男女合班的原則平均分班，且要求各班有同樣多的男生，也有同樣多的女生；考量教學效益，並限制各班總人數在40與50人之間，則共分成 ㉑㉒
- F. 在坐標空間中，平面 $x-2y+z=0$ 上有一以點 $P(1,1,1)$ 為圓心的圓 Γ ，而 $Q(-9,9,27)$ 為圓 Γ 上一點。若過 Q 與圓 Γ 相切的直線之一方向向量為 $(a,b,1)$ ，則 $a =$ ㉓ $b =$ ㉔
- G. 設 $270^\circ < A < 360^\circ$ 且 $\sqrt{3} \sin A + \cos A = 2 \sin 2004^\circ$ 。若 $A = m^\circ$ ，則 $m =$ ㉕㉖㉗
- H. 坐標平面上的圓 $C: (x-7)^2 + (y-8)^2 = 9$ 上有 ㉘㉙ 點與原點的距離正好是整數值。

I. 在坐標平面上，設直線L： $y=x+2$ 與拋物線 $\Gamma: x^2 = 4y$ 相交於P、Q兩點。若F表拋物線 Γ 的焦點，則 $\overline{PF} + \overline{QF} =$ 30 31

參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的公式解： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

2. 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 間的距離為 $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

3. 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ， $x_2 \neq x_1$

4. 三角函數的和角公式： $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\tan(\theta_1 + \theta_2) = \frac{\tan \theta_1 + \tan \theta_2}{1 - \tan \theta_1 \tan \theta_2}$$

5. $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

6. 隸美弗定理：設 $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ，則 $z^n = r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$ ， $n \in N$

7. 算術平均數： $M(= \bar{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

8. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ； $\sqrt{3} \approx 1.732$ ； $\sqrt{5} \approx 2.236$ ； $\sqrt{6} \approx 2.449$ ； $\pi \approx 3.142$

9. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

常用對數表 $\log_{10} N$

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	表尾差								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4

註1. 表中所給的對數值為小數點後的值。

2. 表中最左欄的數字表示N的個位數及小數點後第一位，最上面一列的數字表示N的小數點後第二位。

第一部分：選擇題

壹、單一選擇題：

1. (3) 2.(2) 3.(5) 4.(1) 5.(4) 6(1)

貳、多重選擇題：

2. 7.(1)(3)(4) 8.(2)(5) 9.(3)(4) 10.(1)(4) 11.(1)(2)(5)

第二部分：填充題

A.84 B.675 C.15 D. $\frac{3}{4}$ E.42 F. $a=5,b=3$ G.306 H.12 I.10